

# Helicóptero de papel como escenario de un diseño experimental Plackett-Burman

D. A. Balderas Puga<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Industrial, Instituto Tecnológico de Querétaro, Av. Tecnológico y Escobedo s/n, C.P. 76000, Querétaro, Qro., México

\*billdavito@yahoo.com.mx

Área de participación: Ingeniería Industrial

## Resumen

Este artículo expone algunos resultados del proyecto “Los diseños geométricos Plackett-Burman y su relación con los diseños factoriales fraccionados  $2^{k-p}$ ”. El artículo muestra el análisis estadístico de los tiempos de vuelo de un helicóptero de papel. En el curso de Ingeniería de la Calidad los alumnos se integran en equipos de cuatro para la construcción de los helicópteros de acuerdo con el diseño experimental Plackett-Burman geométrico de ocho corridas. Los resultados corresponden al análisis de los tiempos obtenidos sólo por un equipo, para determinar los factores que influyen en el promedio del tiempo de vuelo.

**Palabras clave:** Diseños Plackett-Burman, helicóptero de papel, tiempos de vuelo, promedio.

## Abstract

*This paper presents some results of the project “Plackett-Burman geometrics designs and their relationship with the fractional factorial designs  $2^{k-p}$ ”. This paper shows the statistical analysis of a paper helicopter flight times. In the course of Quality Engineering students are integrated into teams of four to construct the helicopters in accordance with the experimental design geometric Plackett-Burman eight runs. The results correspond to the analysis of the times obtained only by a team, to determine the factors that influence the average of the flight time.*

## I. Introducción

El análisis de los resultados de cualquier problema específico de diseño experimental ha estado ligado a los problemas propuestos en los múltiples textos de la disciplina como el de Hicks y Turner [1999]. La ejecución de cualquier diseño para generar los datos implica por lo general una empresa, debido a que ése no es el escenario más viable para los alumnos que cursan alguna asignatura ligada al diseño experimental, se pueden considerar algunas prácticas sugeridas por Anderson y Whitcomb [2000] o Sarin [1997] que no requieran a una empresa en particular.

Las prácticas sugeridas varían en empleo de recursos y alcance respecto al diseño posible de utilizar. El escenario elegido propone emplear un helicóptero de papel propuesto por Schdmidt y Launsby [1994]. El helicóptero de papel tiene gran versatilidad como práctica del diseño experimental porque se puede asociar desde un diseño de una sola vía hasta un diseño de superficies de respuesta. De hecho, el helicóptero de papel ha formado parte de los materiales de instrucción en Seis Sigma utilizados en empresas como General Electric y Mabe.

Por otra parte, la enseñanza de los diseños factoriales fraccionados incluye también a los diseños de Plackett-Burman [1946]. La desventaja de usar solamente diseños factoriales fraccionados para la depuración de un gran número de factores es que el número de corridas es siempre 2 o alguna potencia, es decir,  $N = 2^{k-p} = 4, 8, 16, 32, 64, 128$ , etc. Los diseños Plackett-Burman están basados en las matrices Hadamard que tienen más flexibilidad. El número de corridas en una matriz Hadamard es un múltiplo de 4, es decir,  $N = 4, 8, 12, 16, 20$ , etc. Cada columna contiene elementos que son 1 o -1 y todas las  $N-1$  columnas están balanceadas y son ortogonales de par en par como lo muestra John [1971]. Plackett y Burman usan las matrices de Hadamard para sus diseños con el objeto de estudiar hasta  $N-1$  factores en  $N$  corridas. Cuando el número de corridas en un diseño Plackett-Burman es  $N = 2^{k-p}$ , el diseño es referido como un diseño geométrico Plackett-Burman el

cual es esencialmente igual al fraccionado en dos niveles. Si construimos un diseño factorial fraccionado, multiplicamos las interacciones de orden par por (-1) y entonces permutamos los renglones y columnas, obtendríamos un diseño geométrico Plackett-Burman, un ejemplo es ilustrado por Balderas [2014]. Todos los demás diseños Plackett-Burman, tales como  $N = 12, 20, 24, 28, 36, 40$ , etc., son no-geométricos y tienen una estructura de confusión diferente de los efectos principales y las interacciones entre dos factores.

Barrentine [1999] presenta a los diseños Plackett-Burman desde la perspectiva de diseños geométricos y no geométricos. En los geométricos indica que los factoriales fraccionados y los Plackett-Burman son idénticos si se usa el número máximo de factores en el diseño lo que facilita su interpretación de acuerdo con el patrón de alias asociado. En los no geométricos, cuyo tamaño es un múltiplo de 4 pero no potencia de 2, indica que los diseños Plackett-Burman representan una contribución única a los diseños disponibles. Estos diseños no tienen una estructura completa de alias, cada efecto principal está parcialmente confundido con todas las interacciones que no contienen a este efecto principal; hecho que puede ser una ventaja o una desventaja dependiendo de la ausencia o presencia de interacciones. Además, presenta un caso de aplicación para un fabricante de papel con un diseño de tamaño  $N = 8$ .

Ryan [2007] indica que los diseños Plackett-Burman se pueden construir a partir del software Design-Expert hasta para un número de factores 11, 19, 23, 27 y 31. Minitab construirá los diseños Plackett-Burman para 12, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44 y 48 corridas, es decir, para un número de factores desde 2 hasta 47. De igual forma indica que el valor de estos diseños radica en que posiblemente proporcionan alternativas económicas a los diseños  $2^{k-p}$  cuando las corridas son costosas.

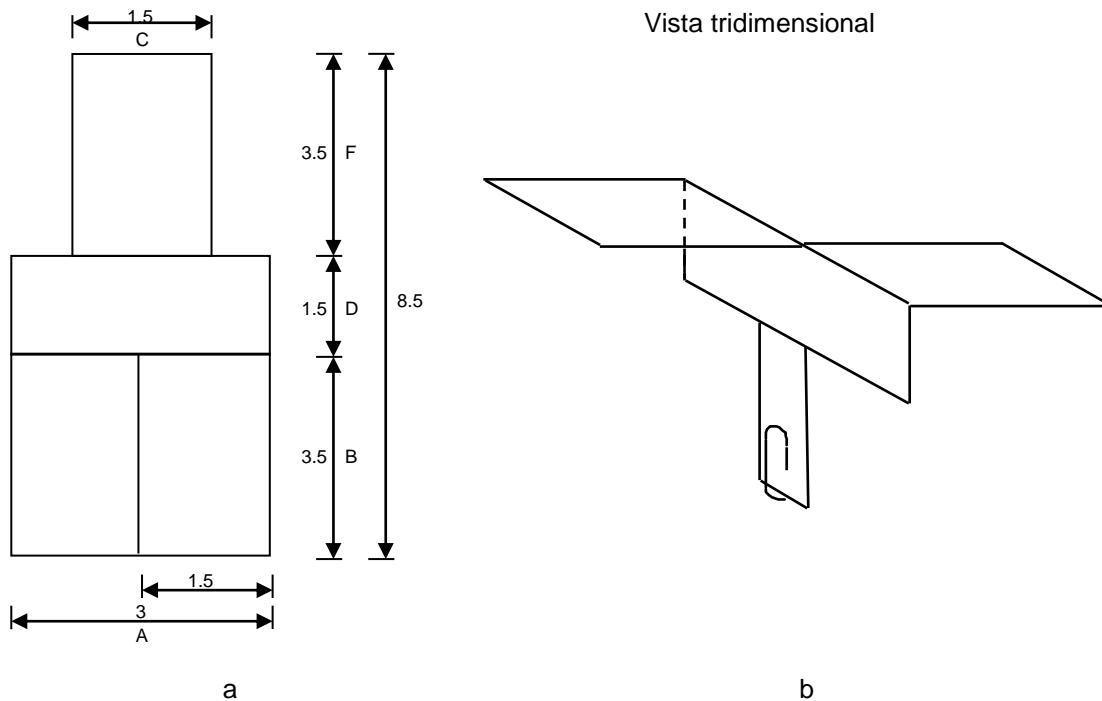
En este trabajo se analiza estadísticamente los resultados obtenidos por uno de los nueve equipos que fueron integrados en la asignatura de Ingeniería de la Calidad. El problema radica en determinar los factores que afectan el promedio del tiempo de vuelo de un helicóptero de papel empleando las corridas propuestas por el diseño Plackett-Burman de ocho corridas.

## II. Metodología

Se seleccionó la versión de construcción del helicóptero que forma parte del material de enseñanza en Seis Sigma de las empresas General Electric y Mabe, el cual se muestra en la Figura 1a (Todas las medidas están dadas en pulgadas).

Figura 1 Plano inicial del helicóptero

Vista tridimensional



Los alumnos de la asignatura Ingeniería de la Calidad trabajan como proyecto final, pero ejecutado conforme avanza el curso, el empleo del helicóptero de papel para aplicar todos los diseños que propone el curso. Todos

los equipos realizan el mismo diseño, pero en algunas fases tienen la libertad de elegir los factores y niveles de los mismos a utilizar. En la fase 6 de la unidad de diseños fraccionados  $2^{k-p}$ , los equipos construyen cuatro helicópteros por cada combinación propuesta por el diseño Plackett-Burman de ocho corridas (la Figura 1b muestra el helicóptero listo para volar).

El orden de lanzamiento de los 32 helicópteros es aleatorio. Todos los helicópteros se dejan caer desde una altura de 2.4 metros. Uno de los integrantes tiene la función de lanzar y otro de medir el tiempo de vuelo de todos los helicópteros. Los resultados que muestra el trabajo corresponden a los obtenidos solamente por uno de los nueve equipos, de cuatro integrantes cada uno, que se formaron en el periodo febrero-junio de 2015.

El análisis estadístico de los datos es el propuesto por Batten [8]. Para el análisis estadístico se crea a partir de las réplicas la columna de respuesta promedio con el objeto de determinar los factores que afectan al tiempo promedio de vuelo del helicóptero. Para tal respuesta se aplica su procedimiento específico con la ayuda de Excel y se compara con los resultados del análisis de varianza obtenido a través Minitab.

### III. Resultados y discusión

**Escenario Experimental:** Un helicóptero de papel necesita incrementar el tiempo de vuelo. La respuesta fue el tiempo de vuelo, en segundos, medido desde su lanzamiento a 2.4 metros de altura hasta su contacto con el piso. Los siete factores considerados para su inclusión en el diseño de experimentos con los niveles en el orden bajo y alto se muestran a continuación. La Figura 2 muestra el lanzamiento del helicóptero.

A: Longitud del ala 2" y 4"

B: Largo del ala 2" y 5"

C: Ancho de guía 1.25" y 1.75"

D: Ancho de cabina 1.25" y 1.75"

E: Número de clips 1 y 2

F: Largo de guía 1.5" y 5.5"

G: Tamaño del clip 3 y 1

Figura 2 Lanzamiento del helicóptero



Se eligió un diseño Plackett-Burman para el diseño de experimentos y se generaron cuatro réplicas para cada corrida. El objetivo es maximizar la respuesta. La matriz de diseño, los datos y la estructura de alias se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

A	B	C	D	E	F	G	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>
+	-	-	+	-	+	+	0.80	1.00	1.1	1.1
+	+	-	-	+	-	+	2.10	2.10	2.3	2.2
+	+	+	-	-	+	-	2.10	2.10	2.4	2.3
-	+	+	+	-	-	+	1.90	2.30	2	2.1
+	-	+	+	+	-	-	1.00	1.10	1.4	1.3
-	+	-	+	+	+	-	1.50	1.60	1.6	1.7
-	-	+	-	+	+	+	0.80	0.70	0.9	0.9
-	-	-	-	-	-	-	1.30	1.40	1.2	1.4
(-BD)	(-AD)	(-AG)	(-AB)	(-AF)	(-AE)	(-AC)				
(-CG)	(-CE)	(-BE)	(-CF)	(-BC)	(-BG)	(-BF)				
(-EF)	(-FG)	(-DF)	(-EG)	(-DG)	(-CD)	(-DE)				

El proceso analítico inicia con la determinación del promedio de las réplicas para considerarlas como respuesta. La Tabla 2 muestra la nueva respuesta, los totales por nivel y promedios por nivel y la determinación del efecto para la respuesta “Promedio”.

Tabla 2

								De y <sub>1</sub> a y <sub>4</sub>
Corrida	A	B	C	D	E	F	G	Promedio
1	+	-	-	+	-	+	+	1.000
2	+	+	-	-	+	-	+	2.175
3	+	+	+	-	-	+	-	2.225
4	-	+	+	+	-	-	+	2.075
5	+	-	+	+	+	-	-	1.200
6	-	+	-	+	+	+	-	1.600
7	-	-	+	-	+	+	+	0.825
8	-	-	-	-	-	-	-	1.325
Suma $\bar{y}_+$	6.60000	8.07500	6.32500	5.87500	5.80000	5.65000	6.07500	
Suma $\bar{y}_-$	5.82500	4.35000	6.10000	6.55000	6.62500	6.77500	6.35000	
$\bar{y}_+ = \bar{y}_+ / 4$	1.65000	2.01875	1.58125	1.46875	1.45000	1.41250	1.51875	
$\bar{y}_- = \bar{y}_- / 4$	1.45625	1.08750	1.52500	1.63750	1.65625	1.69375	1.58750	
Efecto = $\bar{y}_+ - \bar{y}_-$	0.19375	0.93125	0.05625	-0.16875	-0.20625	-0.28125	-0.06875	

A partir del diagrama de Pareto (Figura 3) de los efectos factoriales para la respuesta “Promedio”, el factor más dominante parece ser B y luego con similar influencia F, E, A y D.

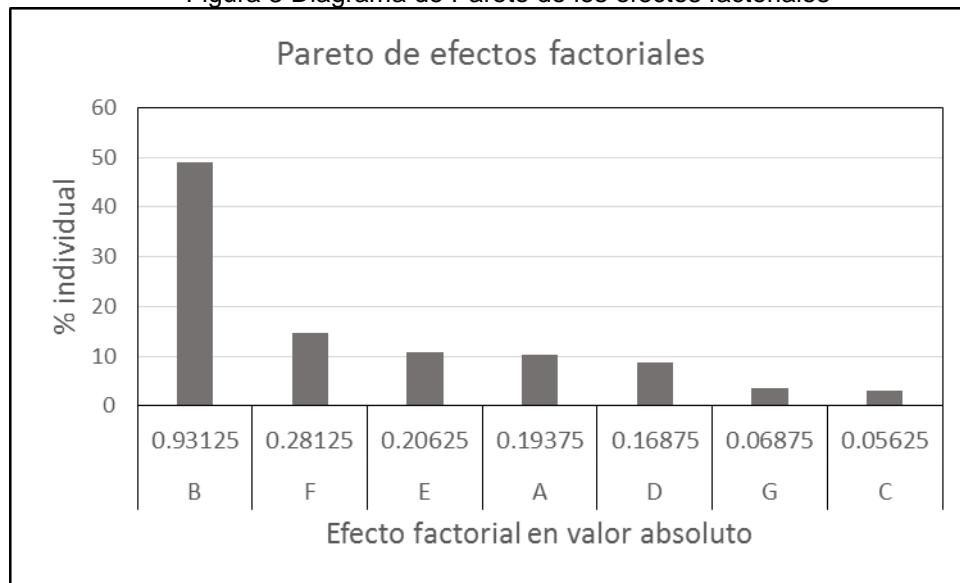
De la columna Varianza se obtiene la desviación estándar del experimento  $S_e$

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.02 + 0.0092 + 0.0225 + 0.0292 + 0.0333 + 0.0067 + 0.0092 + 0.0092}{8}} = 0.13189$$

La desviación estándar de los efectos  $S_{eff}$  se obtiene de

$$S_{eff} = S_e * \sqrt{\frac{4}{N}} = 0.13189 * \sqrt{4/32} = 0.04663$$

Figura 3 Diagrama de Pareto de los efectos factoriales



Los grados de libertad se obtienen de,  $df = (\text{número de réplicas} - 1) * (\text{número de corridas})$ , en este caso  $df = (4 - 1) * 8 = 24$ . Así, el estadístico t para  $\alpha = 0.05$  y  $df = 24$  es 2.0638.

Los límites de decisión son  $DL = \pm(t * S_{eff}) = \pm(2.0638 * 0.04663) = \pm 0.09624$

Con base en estos límites, los factores cuyos efectos están fuera del intervalo -0.09624 a 0.09624 son B = 0.931, F = -0.281, E = -0.206, A = 0.194 y D = -0.169; así los factores significativos son B largo del ala, F largo de guía, E número de clips, A longitud del ala y D ancho de cabina.

La salida de Minitab de la Tabla 3 muestra primero la obtención de las sumas de cuadrados para todos los factores y el análisis de varianza asociado. El valor p calculado para cada factor indica que sólo los factores C y G no son significativos. El resultado es idéntico al análisis propuesto por Barrentine [8].

Tabla 3						
Analysis of Variance for tiempos, using Adjusted SS for Tests						
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
A	1	0.3003	0.3003	0.3003	17.26	0.000
B	1	6.9378	6.9378	6.9378	398.82	0.000
C	1	0.0253	0.0253	0.0253	1.46	0.239
D	1	0.2278	0.2278	0.2278	13.10	0.001
E	1	0.3403	0.3403	0.3403	19.56	0.000
F	1	0.6328	0.6328	0.6328	36.38	0.000
G	1	0.0378	0.0378	0.0378	2.17	0.153
Error	24	0.4175	0.4175	0.0174		
Total	31	8.9197				

Ya que el objetivo es maximizar el tiempo de vuelo del helicóptero, el modelo asociado es

$$y = y + \left\lfloor \frac{E(B)}{2} \right\rfloor B + \left\lfloor \frac{E(F)}{2} \right\rfloor F + \left\lfloor \frac{E(E)}{2} \right\rfloor E + \left\lfloor \frac{E(A)}{2} \right\rfloor A + \left\lfloor \frac{E(D)}{2} \right\rfloor D$$

$$y = \bar{y} + \left[ \frac{0.93125}{2} \right] B + \left[ \frac{-0.28125}{2} \right] F + \left[ \frac{-0.20625}{2} \right] E + \left[ \frac{0.19375}{2} \right] A + \left[ \frac{-0.16875}{2} \right] D$$

Los promedios por nivel de los factores significativos indican que deben ubicarse en los niveles B(+), F(-), E(-), A(+) y D(-). Si se reemplazan los niveles correspondientes, se predice el máximo tiempo de vuelo

$$y = 1.553 + 0.465625(1) - 0.140625(-1) - 0.103625(-1) + 0.096875(1) - 0.084375(-1) = 2.443325$$

La conclusión es que los factores B largo del ala, F largo de guía, E número de clips, A longitud del ala y D ancho de cabina pueden controlar el promedio del tiempo de vuelo mientras que los otros factores pueden ubicarse en los niveles más económicos o convenientes ya que no aparecen como influyentes.

¿Qué hay respecto al riesgo de confusión? La Tabla 4 resume el patrón de alias para los factores significativos que afectan al promedio.

Tabla 4

A	B	D	E	F	Esta tabla sugeriría que los efectos principales podrían ser interacciones. Antes de entrar en pánico habría que considerar las dos características críticas de <i>herencia</i> y <i>dispersidad</i> . Estas reglas, aunque no lo garantizan, establecen de acuerdo con la experiencia que efectos principales grandes con frecuencia tienen interacciones grandes y que los efectos principales <i>usualmente</i> son más grandes que sus interacciones.
-BD	-AD	-AB	-AF	AE	
-CG	-CE	-CF	-BC	BG	
-EF	-FG	-EG	-DG	CD	

Todos los factores están conceptualmente asociados con al menos una interacción donde los dos factores que participan son significativos. Un diseño adicional de menor fraccionamiento como el  $2^{5-1}$  o incluso un  $2^5$  completo con una réplica podría revelar si las interacciones sospechosas son realmente importantes.

## IV. Conclusiones

Se ha mostrado como se utilizó el escenario genérico de la construcción de helicópteros de acuerdo con el diseño Plackett-Burman. Se analiza tal situación experimental como una fase del proyecto final en el curso de Ingeniería de la Calidad. A través del proceso analítico correspondiente, con ayuda de Excel y su comparación con Minitab, se tamiza el número inicial de factores y se obtienen conclusiones preliminares. De igual forma se ha mostrado que las réplicas del diseño experimental se transforman en una respuesta auxiliar, el promedio, para determinar los factores que afectan al promedio. Las implicaciones de los resultados obtenidos indican que podría ser necesario un diseño experimental adicional para clarificar la asociación de los factores significativos con algunas interacciones. Es importante señalar que el uso de helicópteros de papel es una estrategia muy versátil pues se puede ajustar para llevar a cabo otro tipo de diseño experimental, ya sea completo o fraccionado.

Además es valioso mencionar el impacto entre los alumnos del empleo de helicópteros de papel, para aplicar los diferentes diseños que se revisan en el curso de Ingeniería de la Calidad. El espíritu de equipo se fortalece desde la construcción hasta el análisis de los datos obtenidos. Resulta divertido observar que para ellos tal actividad no sólo representa un requisito del curso, sino también una oportunidad para dar rienda suelta a su creatividad cuando se formula el desafío de encontrar el mejor helicóptero y competir entre ellos.

## Agradecimientos

Agradezco a mis alumnos Itzel León Hernández, Ana Yazmín Ortiz Guerrero, María Juana Pacheco Zúñiga y José Ignacio Mandujano Martínez el haberme permitido emplear sus datos obtenidos en la fase 6 del proyecto final.

## Referencias

1. Hicks, Charles R. and Kenneth V. Turner Jr. (1999). *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*. Fifth Ed., Oxford University Press.

- 
2. Anderson, Mark and Patrick Whitcomb (2000). *DOE Simplified Practical Tools for Effective Experimentation*. Productivity, Inc.
  3. Sanjiv Sarin (1997). "Teaching Taguchi's Approach to Parameter Design", *Quality Progress* (30) No.5, 102-106.
  4. Schdmidt, Stephen R. and Robert G. Launsby (1994). *Understanding Industrial Experiments*. Air Academy Press.
  5. Plackett, R. L. and J. P Burman (1946), "The Design of Optimum Multifactorial Experiments", *Biometrika*, (33), 305-325.
  6. John, Peter W. M. (1971). *Statistical Design and Analysis of Experiments*. MacMillan Publishing Company, New York.
  7. Balderas Puga, D. A. (2014). "¿Es el diseño Plackett-Burman para  $N = 16$  un diseño factorial fraccionado  $2^{15-11}$ ? ", *Coloquio de Investigación Multidisciplinaria*, Orizaba, Ver. 350-358.
  8. Barrentine, Larry B. (1999). *An Introduction to Design of Experiments: A Simplified Approach*. ASQ.
  9. Ryan, Thomas P. (2007). *Modern Experimental Design*. Wiley-Interscience.