

Estudio de modelados matemáticos para la estimación de humedad en el proceso de secado de café.

Gutiérrez Gallegos A.T., Martínez Sibaja A, González Sánchez, B.E., Águila Rodríguez G., Sandoval González O.O.
Instituto Tecnológico de Orizaba. Oriente 9 No.852 Col. Emiliano Zapata. Orizaba, Veracruz. C.P. 94320

Autor de correspondencia, email: asael.gtz@gmail.com

Área de participación: Maestría en Ingeniería electrónica

Resumen

Este artículo presenta un estudio de modelos matemáticos para la estimación de la humedad en el proceso de secado del grano de café, de entre los cuales destacan el modelo de Thompson y el modelo de MSU, con el fin de seleccionar uno de ellos utilizable para la estimación de la humedad, que en próximos estudios pueda ser utilizable como base para el desarrollo de nuevos modelos; consecuentemente, estableciendo un enfoque para nuevos proyectos que puedan surgir para apoyar a los productores de café que así lo requieran.

Palabras clave — Humedad, Café, Modelo Matemático, Estimación.

Abstract

This article presents a study of mathematical models for humidity estimation in the drying process of coffee beans, among which the Thompson and the MSU model stand out, in order to select one which can be used for humidity estimation in future studies could be applicable as a basis to develop new models; thus, establishing an approach for new projects that may arise to support coffee producers who require it.

Introducción

Existen varios modelos matemáticos para la estimación de la humedad en el proceso de secado del grano de café; por lo que al llevar a cabo una investigación para el desarrollo de un nuevo modelado, es importante encontrar el modelo que sea útil para basarse inicialmente y así poder desarrollar un modelo que sea diferente. [6]

La estimación de la humedad en el grano de café es una parte fundamental del proceso por la utilidad práctica de la misma; esto a causa de que cuando el grano se encuentra por arriba de un nivel de 12% de humedad, éste puede comenzar a producir hongo y por lo tanto se pueden perder cosechas enteras y de ahí que sea indispensable estimar la humedad del mismo. [6]

De entre los modelos matemáticos para realizar estimaciones de humedad, los más comúnmente utilizados son el Modelo de Thompson y el Modelo de MSU. En cuanto al modelo de Thompson, hay que tomar en cuenta que se trata de un modelo que fue desarrollado inicialmente para otro tipo de grano. A diferencia de este modelo, el modelo de MSU fue desarrollado para granos en general. Adicional a estos dos modelos, existen otros modelos que se investigaron para su comparación. Este artículo tiene la finalidad de documentar cuál de los modelos es más útil para la estimación de humedad en el proceso de secado del grano del café y que además se pueda utilizar como base de nuevos modelos. [4-5]

Modelos de estimación de humedad

- **Método Gravimet y Gravimet SM**

Dentro de los modelos de estimación de humedad, el primer método que se describe es el método Gravimet con su variante Gravimet SM.

El método Gravimet se basa en pruebas experimentales hechas en secado solar. El método consiste básicamente en la determinación del peso perdido desde una humedad de grano inicial hasta que se consiga el peso indicado. Este método también puede ser utilizado en cuartos de secado o silos, pero con menor efectividad que el método Gravimet SM (explicado más adelante).

Para llevar a cabo el método Gravimet, es necesario tomar una muestra de 200 gr de café y depositarla en una canastilla. Esta muestra deberá ser medida en los días subsecuentes hasta que ésta pese entre los 104 y 105 gramos para así poder retirar el café del secado solar. Se puede hablar de este método a su vez como introducción al método Gravimet SM. [3]

Entre los diferentes tipos de modelos de estimación de humedad, existe el método Gravimet SM. Este método, a diferencia del método Gravimet, mide la masa del café húmedo cada 2 horas hasta llegar a un 15% de humedad; después de lo cual se hacen mediciones cada 30 minutos hasta tener un rango que va entre 10 y 12% de humedad (utilizando la Ec.1) para finalmente dejar los granos de café ventilando al aire libre durante 30 minutos más y así terminar el proceso.

$$Ch(t) = \left[1 - \frac{Pi}{P(t)} (1 - Chi) \right] * 100 \quad \text{Ec.1}$$

Donde $Ch(t)$ es el contenido de humedad estimado por Gravimet SM, Pi es el peso inicial de la muestra, $P(t)$ es el peso de la muestra en el intervalo de tiempo asignado y Chi es la humedad inicial.

En cuanto a las similitudes entre ambos métodos, cabe mencionar que es posible utilizar tanto el método Gravimet como el método Gravimet SM en procesos de secado como lo son el secado solar y el secado en cuarto, debido a su fácil proceso. Sin embargo, debido al tipo de secado, el lograr la humedad indicada puede tomar varios días. De la misma manera, es importante mencionar que para este tipo de secado es importante tener espacios amplios para el secado de los granos dado que se debe expandir el café para conseguir un secado más uniforme. [4]

- **Modelo Thompson**

El siguiente modelo que se estudia es el modelo de Thompson. Este modelo matemático es de tipo semi-empírico ya que está basado en un modelo teórico en parte y ajustado con datos obtenidos experimentalmente. Este modelo fue originalmente desarrollado para estimar la humedad en granos de maíz a través de la determinación de un balance antes del secado y un balance después del secado. De acuerdo con este modelo, el balance antes del secado determina una temperatura de equilibrio entre el grano y el aire como lo muestra la Ec. 2.

$$T_e = \frac{(0.24 + 0.45H)T + C_p T_g}{0.24 + 0.45H + C_p} \quad \text{Ec.2}$$

Donde T_e es la temperatura de equilibrio, H es la razón de humedad, T es la temperatura del aire de secado, T_g es la temperatura y C_p el calor específico del grano.

El Balance después del secado, se desarrolla con base en la temperatura de equilibrio, la cual depende de la temperatura del grano y del aire, tal y como muestra la Ec. 3.

$$T_f = \frac{(0.24 + 0.45H_0)T_e - \Delta H(587.9 + L - T_e) + C_p T_e}{0.24 + 0.45H_f + C_p} \quad \text{Ec.3}$$

Donde T_f es la temperatura del aire y del grano, T_g es la temperatura de equilibrio, ΔH es diferencial de la razón de humedad, H_0 la razón inicial de humedad, L el calor latente de vaporización del agua contenida en el grano, H_f la razón de humedad y C_p el calor específico del grano.

El modelo de Thompson tiene el inconveniente de ser un modelo pensado para granos de maíz, por lo que los valores constantes están en la formula con la finalidad de obtener la estimación de la humedad de los estos granos específicamente. Siendo que los granos de café y los de maíz difieren bastante en cuanto a porosidad, se infiere que estos valores constantes en la fórmula no serían útiles en la estimación de humedad de granos de café. [2-5-6-7]

- **Modelo MSU**

Otro de los modelos matemáticos que se estudian es el modelo de MSU. Este modelo se basa en la transferencia de calor y masa, siendo en esto similar al modelo de Thompson. A diferencia del modelo de Thompson que se basa en dos balances, este modelo calcula en qué condiciones se encuentran el grano y el aire cada determinado tiempo, realizando los siguientes balances:

Balance para la entalpía del aire

Balance para la humedad del aire

Balance para la entalpía del grano

Balance para la humedad del grano

Balance para la entalpía del aire

Este primer balance se refiere a que la energía que sale es igual a la energía que entra menos la energía transferida por convección, lo que sería la transmisión de calor por diferencia del mismo; y este balance se encuentra representado con la Ec.4.

$$\frac{\partial T_a}{\partial x} = \frac{-ha}{G_a C_a + G_a C_v H} (T_a - T) \quad \text{Ec.4}$$

Donde, T_a es la temperatura del aire, T es la temperatura del grano, h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, a es el área específica del producto, G_a es el flujo másico del aire por unidad de área, C_a es el calor específico del aire, C_v es el calor específico del vapor y H es la razón de humedad de aire.

Balance para la entalpía del grano

Este balance corresponde a la energía transferida, la cual es igual al cambio de energía interna del producto menos la energía de evaporación, lo que correspondería a la pérdida de humedad en el grano, como lo muestra la Ec.5.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{ha}{p_p C_p + p_p C_w M} (T_a - T) + \frac{h_{fg} + C_v (T_a - T)}{p_p C_p + p_p C_w M} G_a \frac{\partial H}{\partial x} \quad \text{Ec.5}$$

Donde, h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, a es el área específica del producto C_p es el calor específico del grano, C_w es el calor específico del agua, M es el contenido de humedad local o promedio del grano, T_a es la temperatura del aire, T es la temperatura del grano, h_{fg} es el calor de vaporización, C_v es el calor específico del vapor, G_a es el flujo másico del aire por unidad de área, H es la razón de humedad del aire y t es el tiempo.

Balance para la razón de humedad del aire

Este balance significa que la humedad transferida es igual a la humedad que ingresa menos la humedad que sale, como se representa en la Ec.6.

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{p_p}{G_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad \text{Ec.6}$$

Donde, G_a es el flujo másico del aire por unidad de área, M es el contenido de humedad local o promedio del grano y t es el tiempo.

Balance de humedad del grano

Se utiliza la Ec.7, apropiada para el balance de humedad de la capa delgada.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = f(M, M_e, M_0, T, \dots, t) \quad \text{Ec.7}$$

Donde, M es el contenido de humedad local o promedio del grano, T es la temperatura del grano y t es el tiempo.

Las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 corresponden a un modelo de secado estacionario, donde con base en comparaciones de humedad y entalpía se logra la estimación deseada basándose a su vez en las diferencias o elementos finitos. [2-6-8]

En la **Figura 1**, se presentan los resultados experimentales obtenidos por Montenegro (1992) en combinación con las simulaciones obtenidas por parte de A. Parra, para para las capas, inferior, media y alta del grano de café.[2]

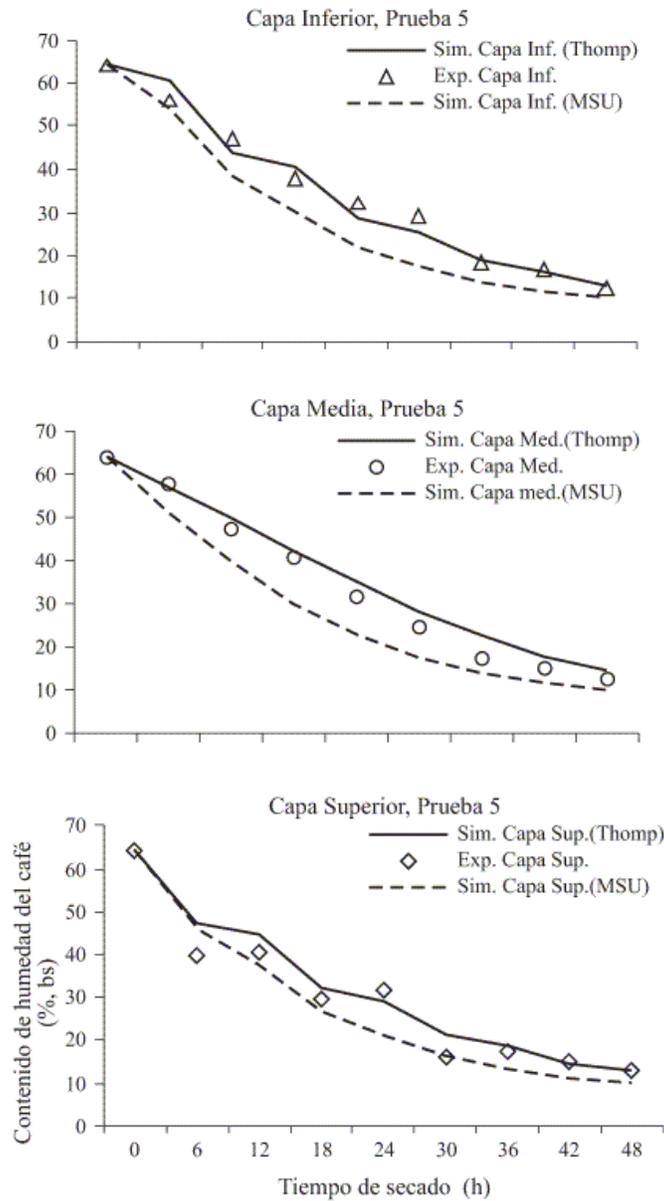


Figura1. Curvas de secado para capas inferior, media y superior de grano de café.

Demostrando en base a las simulaciones realizadas que la humedad podía medirse en una aproximación desde un 95% hasta un 99% en comparación con los datos experimentales obtenidos por Montenegro. [2-6]

Simulación en secadores de flujos concurrentes

Utilizando las ecuaciones anteriores del modelo de MSU, para secadores estacionarios, el modelo para secadores de flujos concurrentes también lleva a cabo los balances de calor y masa, dando como resultado las ecuaciones 8, 9 y 10.

$$\frac{dT_a}{dx} = \frac{-ha}{G_a C_a + G_a C_v H} (T_a - T) \quad \text{Ec.8}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{ha}{G_p C_p + G_p C_w M} (T_a - T) - \frac{h_{fg} + C_v (T_a - T)}{G_p C_p + G_p C_w M} G_a \frac{dH}{dx} \quad \text{Ec.9}$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{G_p}{G_a} \frac{dM}{dx} \quad \text{Ec.10}$$

Donde, a es el área específica del producto, C_a es el calor específico del aire, C_p es el calor específico del grano, C_v es el calor específico del vapor, C_w es el calor específico del agua, G_a es el flujo másico del aire por unidad de área, G_p es el flujo másico del grano por unidad del área, H es la razón de humedad del aire, h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, h_{fg} es el calor de vaporización, M es el contenido de humedad local o promedio del grano, r_p es la densidad en peso seco del grano, t es el tiempo, S es la sección perpendicular al flujo del aire, T_a es la temperatura del aire, T es la temperatura del grano y x es la coordenada dentro de la capa profunda del grano.[1-2]

Con base en la simulación de flujos concurrentes se pueden obtener estimaciones de secadoras basándose en las capas del grano, teniendo como resultado una estimación más específica.

- **Método de identificación de sub espacios**

Este método, se basa en puntos de operación y condiciones del proceso, obteniendo así una base de datos de la cual se puede adquirir un modelo específico. En este caso, este método permite obtener un modelo específico para la secadora de granos de café, dependiendo de las variaciones de los valores.

Dicho en otras palabras, este método permite que con base en variables como voltaje, corriente, resistencia, temperatura, área interna de la secadora, flujo de aire, etcétera, se pueda conseguir un modelo para obtener la estimación de humedad del grano de café. Adicionalmente, con los datos obtenidos de las variables antes mencionadas también se pueden realizar diagnósticos tanto de las partes de la secadora como del uso de la misma. [1]

Conclusión

Los primeros modelos que se discuten en este artículo son los métodos de Gravimet y Gravimet SM, a los cuales se les puede llamar también métodos heurísticos debido a la practicidad que llevan en el proceso o a la relativa simplicidad para llevar a cabo su tarea, siendo estos llevados a prueba en Colombia. Sin embargo, para el propósito de este artículo, debido a que el método Gravimet SM se utiliza en Silos y no en secadoras de café, no es un método factible para el modelado matemático para la estimación de la humedad en grano tomando en cuenta que el proceso de secado del grano debe ser llevado a cabo en secadoras de café. Aun así, este método ha sido de gran utilidad para áreas que utilizan el secado solar o de silo.

El siguiente modelo que se presenta es el modelo de Thompson, el cual como se mencionó anteriormente, toma en cuenta valores dirigidos a granos de maíz inicialmente, considerando el grano como un conjunto de capas delgadas en el cual estas capas se irán agregando una tras otra hasta completar el diámetro interno de la secadora, siendo esto un proceso de nombre iterativo haciéndolo un modelo matemático no viable para el desarrollo de nuevos modelos con el fin de la aproximación de la humedad de los granos de café principalmente por las variables que involucra.

El modelo de MSU se opera de manera similar al modelo de Thompson, tomando más en cuenta los balances entre calor y masa para llegar a su resultado dando como lugar ecuaciones de secado estacionario; y basándose en estas ecuaciones del secado estacionario se tienen las ecuaciones para secadores de flujos concurrentes, de ahí la importancia de este modelo que da lugar a otro.

El uso de la simulación en secadores de flujos concurrentes del modelo de MSU es de gran utilidad cuando se desea conocer la estimación de humedad en el proceso de secado del grano de café, debido a la cantidad de variables entran en el proceso de estimación y que dejan un rango de error aceptable manteniendo las variables ajustadas y permitiendo a su vez que con base en este modelo puedan generarse vertientes para nuevos modelos que admitan una simplificación con base en entradas conocidas en el proceso de secado de granos de café hablando específicamente de secadoras.

Después de analizar los modelos matemáticos para la estimación de la humedad en el proceso de secado del grano de café, se deduce que los modelos y métodos más factibles para llevar a cabo el desarrollo de modelos nuevos para la estimación de humedad son:

- 1) el modelo de MSU tanto para secado estacionario como para secadores de flujos concurrentes, porque es en el cual se ven reflejadas las dinámicas de las variables de interés que interactúan directamente con el fenómeno de secado del grano de café y por tanto con la humedad del mismo.
- 2) el método de identificación de sub espacios, debido a la obtención de la humedad con base en las variables específicas de la secadora.

Referencias

- [1] Cabrera R. N., Martínez V. M. A., Medina M. A., (2015) *Analysis of subspace identification methods based on estimation of system matrices*, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) Cuernavaca, Morelos.
- [2] Montenegro, J. Y. (1992) *Secador eléctrico estático para café de baja capacidad, inversión de flujo y recirculación de aire*. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia.
- [3] Oliveros C. E., Peñuela A. E. (2009). *Controle la humedad del café en el secado solar, utilizando el método gravimet.* Federación nacional de cafetaleros de Colombia. *volume 387(issn 0120-0178)*,
- [4] Oliveros C. E., Valencia L. L. (2013). *Determinación del contenido de humedad del café durante el secado en silos.* CENICAFE. Programa de investigación científica. [Federación nacional de cafetaleros de Colombia] *volume 61(issn 0120-0178)*, pages 108-118.
- [5] Parra M.A., *Ensayo de secado de grano de maíz*. Universidad de Concepción, Facultad de Agronomía., Instituto de Investigaciones Agropecuarias (INIA). Chile., Abbrev. State, 1986.
- [6] Parra A., Roa G. (2008). *Secafe Parte I: Modelamiento y simulación matemática en el secado mecánico de café pergamino.* Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental. [Journal]. *Volume 12 N. 4(issn 1807-1929)*, pages415-417.
- [7] Parra A., Roa G. (2008). *Secafé parte II: Recomendaciones para el manejo eficiente de los secadores mecánicos de café pergamino.* Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental. [Journal]. *Volume 12 (issn 1807-1929)*, pages 428-434.
- [8] Schibuola L. (2001) *Humidity control by heat reclaim*, International journal of energy research, Year 2001, Month 10, Volume: 25 Issue: 13 PP: 1207-1219 ISSN 0363-907X (p) 1099-114X (e)